

Ақтөбе қаласы № 34 орта мектебі

Рзиева Альбина

10 - класс оқушысы

Тақырыбы: “Сандардың арасындағы және өмірдегі алтын қатынас”

Бағыты: “Экологиялық және әлеуметтік үдерістерді математикалық
модельдеу”

Секция: математика

Жетекшісі: Ғалламова Ақмарал Бекболатқызы

Қала: Ақтөбе қаласы

2022 жыл

МАЗМҰНЫ

КІРІСПЕ	3
НЕГІЗГІ БӨЛІМ	5
I тарау. Қатынас туралы жалпы ұғым	5
II тарау. Өртүрлі саладағы қатынас	9
III тарау. Фибоначчидің іш пыстырмайтын түсініктері	15
IV тарау. Фибоначчи сандары	18
ҚОРЫТЫНДЫ	24
ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ	26

Аннотация

Біз «Сандар арасындағы және өмірдегі алтын қатынас» тақырыбын математика пәнінде қолданудың жолдары мен мазмұны туралы ой бөлісеміз. Қазіргі таңда, әдеттегідей, оқушылар үшін мектептегі оқулықтар мен басқа да оқу құралдарындағы қатынастың өміріміздегі маңызын зерттеу біршама қиындықтар тудырады.

Біз қатынастың өміріміздегі маңызына берілген есептерін, олардың шешу жолдарын анықтаймыз. Қазақ халқының ауызша тараған математикалық есептері ауыз әдебиетінде де, математикада да жинақталып, бір жүйеге түсірілмеген. Бұл әлі астары ашылып, түбегейлі зерттелмеген сала. Бұл ұсынылып отырған еңбек осы бағытта жасалған алғашқы қадам деуге болады. Қатынастың өміріміздегі маңызына берілген есептерін анықтау және оларды стандартты емес әдістермен шешу жолдарымен оқушыларды таныстып, оларды сабақта пайдалану тәсілдерінің педагогика-психологиялық теориялық негіздемесін жасап, практикада жүзеге асыруға дағдылану. Осы зерттеп жатқан жоба екі оқу жылын жоспарланғандықтан, жұмысты әрі қарай жалғастыру, іздену, дамыту. Өзім көптен қызығып жүрген қатынастың есептерінің түрін оқушыларға насихаттаймын.

Мен ұсынып отырған жұмысымда қатынастың өміріміздегі маңызына берілген есептерін шешуге дайындау технологияларының үлгілері келтірілген. Осы технологияларды толық меңгерген оқушы міндетті түрде кез келген есепті шеше алатын болады. Адамның өмірінде қатынастың маңызы зор екендігіне көз жеткіздім.

Annotation

We share our thoughts on the ways and content of using the topic "The golden ratio between numbers and life" in mathematics. Currently, as always, for students, the study of the importance of communication in school textbooks and other teaching aids in our lives causes some difficulties. We define the tasks of the relationship to the value in our life, the ways to solve them. Oral mathematical problems of the Kazakh people are generalized and systematized both in oral literature and in mathematics. This is an area that has yet to be revealed and radically explored. This is the first step in this direction. To acquaint students with the ways of identifying and solving the problems of interconnection set in our life by non-standard methods, to develop and put into practice pedagogical and psychological theoretical justification of the ways of their use in the classroom.

Since the project that we are studying is planned for two academic years, continue working, search, develop. I promote for students the kind of communication that I have been interested in for a long time. In my proposed work, examples of technologies for preparing for solving problems related to the importance of relationships in our lives are given. A student who is fully proficient in these technologies will definitely be able to solve any problem. I became convinced that relationships are of great importance in a person's life.

Ақтөбе қаласы, №34 орта мектебінің 10 «А» класс оқушысы Рзиева Альбинаның
«Сандар арасындағы және өмірдегі алтын қатынас» тақырыбындағы ғылыми
жобаға

ПІКІР

Бұл ғылыми жұмыста білім алушы қатынастың өміріміздегі маңызына берілген есептеріне тоқталған. Бұл берілген жұмысты математика пәнінен қосымша сабақтарда білім алушылардың пәнге деген қызығушылықтарын арттыра отырып, логикалық ойлау қабілеттерін кеңінен дамытуға қолдануға болады деген ұсыныс жасаймын.

Осыған орай, ғылыми жұмыстың өзектілік деңгейі жақсы.

Ғылыми жұмыстың материалы жүйелі түрде құрылған. Ғылыми жобасының тілі жатық, құрылымы – жоспарға сай. Әр тараудан соң қорытынды түйіндер жасалған. Ғылыми жобасының ғылымилығы, оқушының көп ізденгені, теориялық әдебиеттерге шолу жасап, көрнекті ғалымдардың еңбектеріне сүйенгендігі тақырып бойынша терең жұмыс жүргізгендігін байқатады. Айтарлықтай ескертулер жоқ. Сондықтан, бұл ғылыми жұмысты «өте жақсы» деген бағаға бағалап, қорғауға жіберуге болады деп сенім білдіремін.

«Өрлеу» АҚ БАҰО Алматы облысы бойынша ПҚ БАИ «Инновациялық
Технологиялар және Жаратылыстану
(гуманитарлық) пәндерді оқыту
әдістемесі» кафедрасының
менгерушісі



Ф.Н.Каракушековна

КІРІСПЕ

Математика пәнінде «Алтын қатынас» тақырыбы ерекше орын алады. Қатынастың өміріміздегі маңызын оқушыларға таныстыру, олардың шығарылу жолдарымен таныстыру оқушылардың логикалық білімі мен дағдысын қалыптастыруға көмек береді.

Тақырыптың өзектілігі: Бүгінде жаһандану заманында жас ұрпаққа әлемдік стандартқа сәйкес білім беру мәселесі республикамызда ғылыми-педагогикалық тұрғыда ізденіспен әлемдік жинақталған тәжірибеге, отандық қол жеткен табыстарды саралай отырып, ұлттық ерекшеліктерді ескере, оқыту мен тәрбелеуді жаңаша ұйымдастыру көкейкесті мәселе болып отыр. Осыған орай ғылыми техникалық прогрессия дамыған уақытта компьютер көмегімен есепті шешу технологиясының ерекшеліктері туралы сөз қозғамақпыз. Келешектің кез келген маманы компьютерді өз жұмысында тиімді пайдаланғысы келсе, онда ол өз саласы бойынша алға қойылатын проблемаларды тұжырымдай алуы тиіс.

Біз «Алтын қатынас» тақырыбын математика пәнінде қолданудың жолдары мен мазмұны туралы ой бөлісеміз. Қазіргі таңда, әдеттегідей, оқушылар үшін мектептегі оқулықтар мен басқа да оқу құралдарындағы Қатынастың өміріміздегі маңызын зерттеу біршама қиындықтар тудырады.

Біз қатынастың өміріміздегі маңызына берілген есептерін, олардың шешу жолдарын анықтаймыз. Қазақ халқының ауызша тараған математикалық есептері ауыз әдебиетінде де, математикада да жинақталып, бір жүйеге түсірілмеген. Бұл әлі астары ашылып, түбегейлі зерттелмеген сала. Бұл ұсынылып отырған еңбек осы бағытта жасалған алғашқы қадам деуге болады.

Бұл жұмыста білім алушы қатынастың өміріміздегі маңызына берілген есептеріне және олардың шешу жолдарына тоқталған. Оқушы зерттеу жұмысын жаза отырып өзінің қатынастың өміріміздегі маңызының шығу тарихына аса қызығушылықпен қарайтынын, замана талқысынан

өтіп, өңі өзгерген де сөлі қалған, атадан балаға мұраға қалған, жүрек қылының пернесі - ауызекі тараған математикалық есептерді жинап, оларға сипаттама берген. Бұл берілген жұмысты математикадан қосымша сабақтарда оқушылардың пәнге деген қызығушылықтарын арттыра отырып, логикалық ойлау қабілеттерін кеңінен дамытуға қолдануға болады деген ұсыныс жасаймын.

Жобаның мақсаты: Қатынастың өміріміздегі маңызына берілген есептерін анықтау және оларды стандартты емес әдістермен шешу жолдарымен оқушыларды таныстыр, оларды сабақта пайдалану тәсілдерінің педагогика-психологиялық теориялық негіздемесін жасап, практикады жүзеге асыруға дағдылану.

Жобаның міндеттері:

- Қатынастың өміріміздегі маңызының математика курсында алатын орнын анықтау.
- Тақырыпқа сәйкес есептерді іріктеу және оларды стандартты емес шешу әдістерін қарастыру.
- Қосымша мағлұмат қарастыру.

Жобаның нәтижесі:

Әрбір есепті шығару кезінде қандай да бір нәтижеге шығу керек. Есепті шешу барысында нәтижеге жету үшін:

- Біріншіден, қатынастың шығу тарихын зерттей келе, оның қажеттілігін үйрену қажет;
- Екіншіден, қатынасқа берілген есептерді стандартты емес әдістермен шешу жолдарының әдістерін үйрену қажет. Ол үшін оқушының логикалық ойлау қабілетінің жоғары болуын талап ету шарт.
- Үшіншіден, осы логикалық ойлау арқылы оқушының қазақтың байырға қара есептерінің небір күрделі, жеңіл түрлерін зерделеп шығару керек.

Жобаның болжамы:

Осы зерттеп жатқан жоба екі оқу жылын жоспарланғандықтан, жұмысты әрі қарай жалғастыру, іздену, дамыту.

Жобаның кезеңдері:

-өзім көптен қызығып жүрген қатынастың есептерінің түрін оқушыларға насихаттаймын;

-мәліметтерді жинақтап, Қатынастың есептерінің түрлерінің шешу жолдарын үйренемін, әрі оқушыларға үйретемін;

- жинаған жұмысты талдаймын;

- әр түрлі әдіс-тәсілдерді пайдалану арқылы оқушыларға есептердің шешу жолдарын үйретемін;

-хабарланған талаптар бойынша жоба жұмысын жинақтап, қортындылаймын.

Эпиграф:

“Математика ақыл-ой гимнастикасы” – деп Гаусс айтқандай, өсіп келе жатқан ұрпағымыз өз халқының математиктерін танып-біліп, сонымен қатар жоғары дәрежелі теңдеулердің есептерімен де таныс болуы қажет. Осы есептер арқылы озық ойлы, ұшқыр болып өсуі қазіргі кездегі кезек күттірмейтін мәселе.

Негізгі бөлім

I тарау. Қатынас туралы жалпы ұғым

Адам өмірінде қатынас ұғымы күнде кездеседі. Менің жобамның мақсаты қатынастың қалай пайда болғанын және адам өміріндегі маңызын анықтау, пропорционалдық шамалардың түрлерін математикалық есептерде пайдалануын, «Алтын Қатынас(қима)» ілімін зерттеп, қандай салаларда кездеседі екенін анықтау.

Қатынастар, яғни қатынастың абатшылықтары туралы пифагоршылдармен оқылды. Евдокс грек математиканың акбар табыстарынан бірі- Қатынас туралы ілімді дамытты.

Қатынас туралы ілімдер шығарған алғашқы ғалымдар Пифагор (580-500 ж.б.з.б.) және Евдокс (408 –355 ж.б.з.б.).

Евдокс (408- 355 ж.) геометриялық шамалардың пропорционалдығы жөніндегі ілімді – геометриялық Қатынас теориясын жасады. Евдокстың осы Қатынас теориясы Евклид (б.э.д. III ғ.) «Бастамаларының» V кітабында жазылды, ал оның IV кітабында Қатынастың геометрияда әсіресе, ұқсас фигураларды қолданылуы көрсетілді. Жалпы ұғымы грек алгебрасына негіз болды.



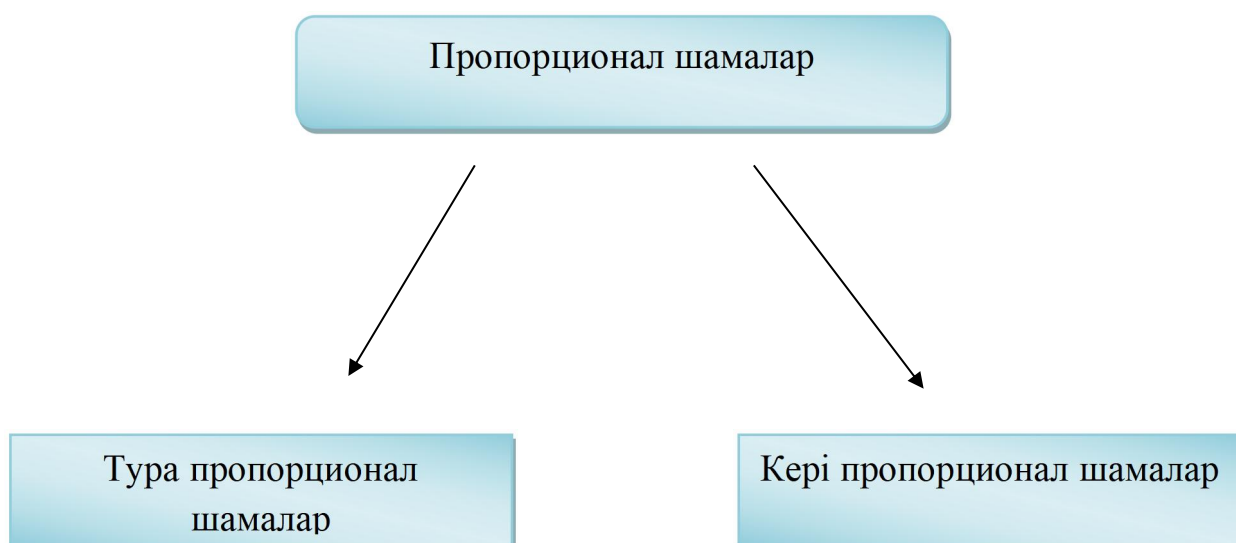
Қатынас – (лат. proportio – ара қатынас, аралық өлшем), математикада a, b, c, d – төрт шаманың екі қатынасы арасындағы теңдік:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Мұндағы a, b, c, d – Қатынас мүшелері, a мен d – Қатынастың шеткі мүшелері, ал b мен c – ортаңғы мүшелері деп аталады.

Қатынастың ортаңғы мүшелерінің көбейтіндісі оның шеткі мүшелерінің көбейтіндісіне тең.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$
$$a \cdot d = c \cdot b$$

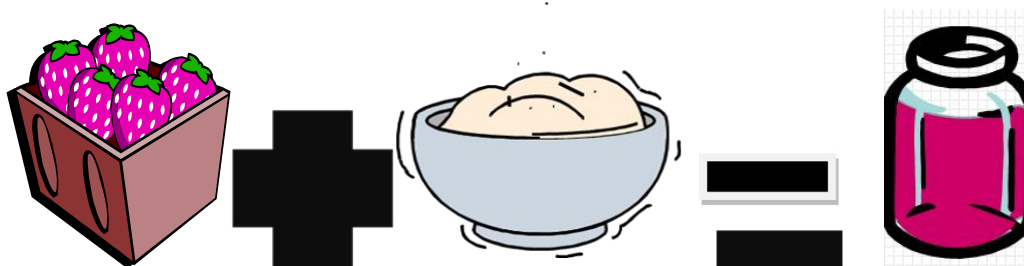


Тура пропорционал шамалар

Егер екі шаманың біреуін бірнеше есе арттырғанда екіншісі де сонша есе артса, онда мұндай шамалар **тура пропорционал шамалар** деп аталады.



Есеп: Құлпынайдан қайнатылған тосаптың 2 бөлігі құлпынай, 3 бөлігі қант болуы керек. Құлпынайдан тосап қайнату үшін 8 кг құлпынайға неше килограмм қант қосу керек?



Шешуі:

Two upward arrows and a rightward arrow pointing to the calculation.

$$\frac{8 \cdot 3}{2} = 12 \text{ (кг)}$$

Жауабы: Құлпынайдан тосап қайнату үшін 8 кг құлпынайға 12 килограмм қант қосу керек.

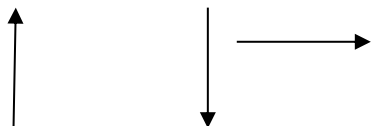
Кері пропорционал шамалар

Егер бірінші шама бірнеше есе артқанда (кемігінде) екіншісі шама сонша есе кемитін (артатын) болса, онда мұндай шамалар **кері пропорционал** деп аталады.



Есеп: Велосипедші үйден дүкенге дейін 10 м/с жылдамдықпен 54 секундта өтеді. Велосипедші үйден дүкенге дейін 12 м/с жылдамдықпен неше секундта өтеді?

Шешуі:



$$\frac{10 \cdot 54}{12} = 45 \text{ (м/с)}$$



Жауабы: Велосипедші үйден дүкенге дейін 12 м/с жылдамдықпен 45 секундта өтеді.

II тарау. Әр түрлі саладағы қатынас

Кулинария саласында Қатынас ұғымы күнделік өмірде жиі кездеседі. Тағамның дайындау жолында азық- түліктің қосылуы Қатынас арқылы өлшенеді. Әйгілі аспаздардың тағамдарының құпиялары – **дұрыс Қатынастар**.

Мысалы: дәмді печеньенің Қатынастары.

Дәмді печеньенің қамырын әзірлеу үшін аспазға келесі Қатынастар қажет:

Қанттың 1 бөлігі

Майдың 2 бөлігі

Ұнның 3 бөлігі

Бір салым тұз

Осы негізгі Қатынастардың кейін қамырға какао, жаңғақтар,ванилин қосуға және қандай пішін жасау аспаз өзі таңдайды.



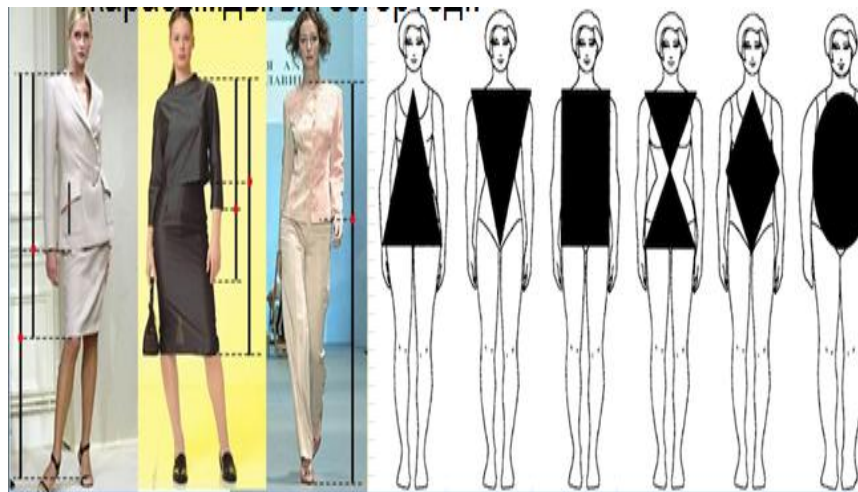
Медицина саласында дәрілер, тұнбалар және қайнатпалар Қатынасқа негізделген. Дәрі-дәрмектердің құрамына кіретін заттар қажетті Қатынаста алынады.

Мысалы, кішкентай балалардың тамағы аурған кезде, алоэ шырынын балмен 1:3 Қатынасында қосып, балалардың бездерін майлау керек.

Сән, сәулет сияқты,-Қатынастар мәселесі.(Коко Шанель)



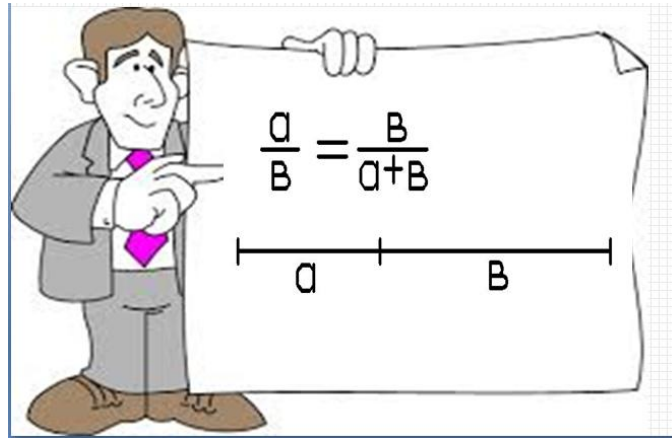
Сән индустриясында Қатынастың маңызы зор. Киімдердің тігуі Қатынастар және арақатынастар арқылы жүзеге асады. Пропорционалдық - бұл дененің түрлі бөлігінің өлшемінің арақатынасы. Сол қатынастар киімнің адамға жарасуына әсер етеді. Тіпті адамдардың денелеріндегі шағын айырмашылықтар да киімнің отыруын және жарасымдығын өзгертеді.



«Алтын Қатынас (қима)» терминің ежелгі грекиялық философ және математик Пифагор енгізді.

Тарихи деректер бойынша, Пифагор «Алтын қима» ұғымын ежелгі мысырлықтаң және вавилоняниндардаң алған еді. Расымен де, Хеопс пирамидасының Қатынастары, тұрмыстың және сәннің пәнінің заттары Тутанхамон күмбезінен анықталды, не мыср шеберлері «Алтын қима» ара қатынасымен қолданылған.

“Алтын қима” ілімі

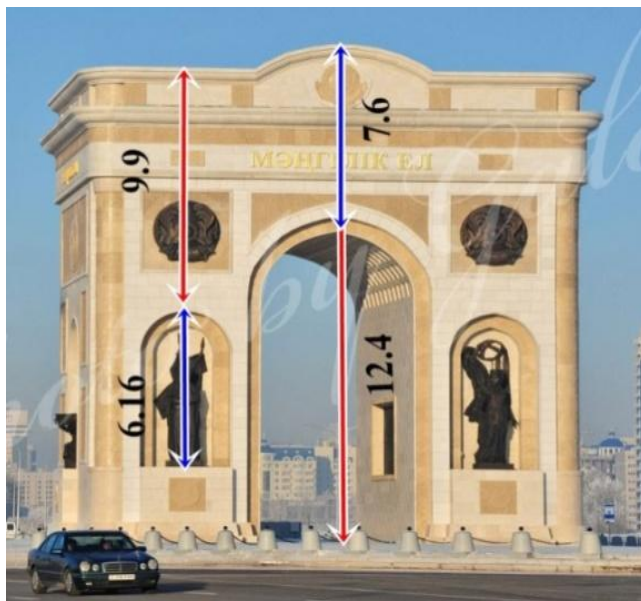


Қазақстан Республикасының сәулетіндегі «Алтын Қатынас»

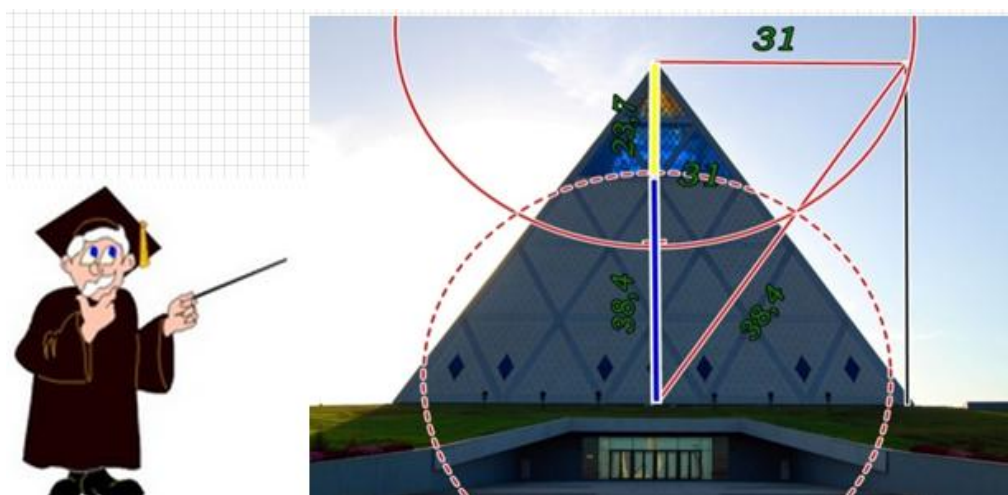
Триумфал қақпасы

Бұл ғажайып ғимарат 2011 жылы Қазақстан Республикасының тәуелсіздігіне құрылды. Сәулеттік конструкцияның биіктігі 20 м тең, бұл Республикамыздың тәуелсіздігінің 20 жылдығын білдіреді. Осы биіктік

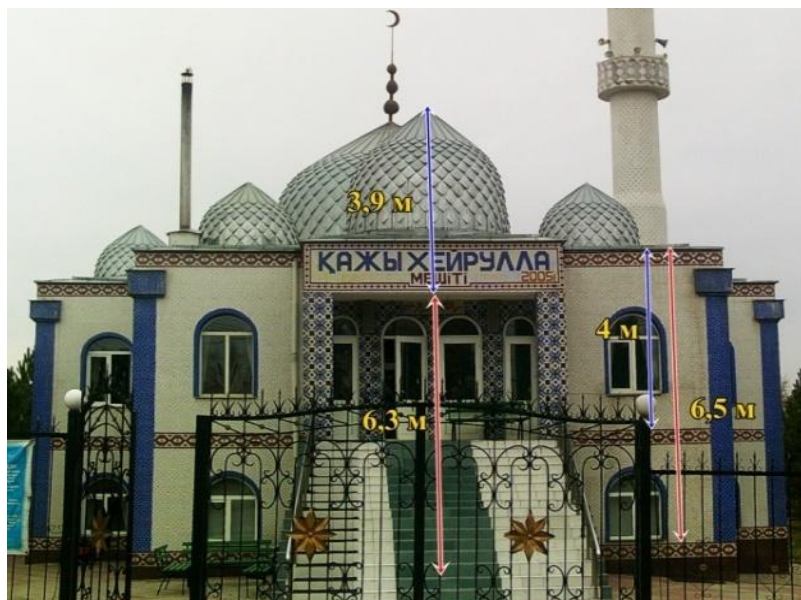
доминант айқындамада болу және барлық даңғылдарды көруге мүмкіндік береді. Төменгі бөлігінде 4,4 метр биіктікпен көлемді мүсіндер орналасқан.



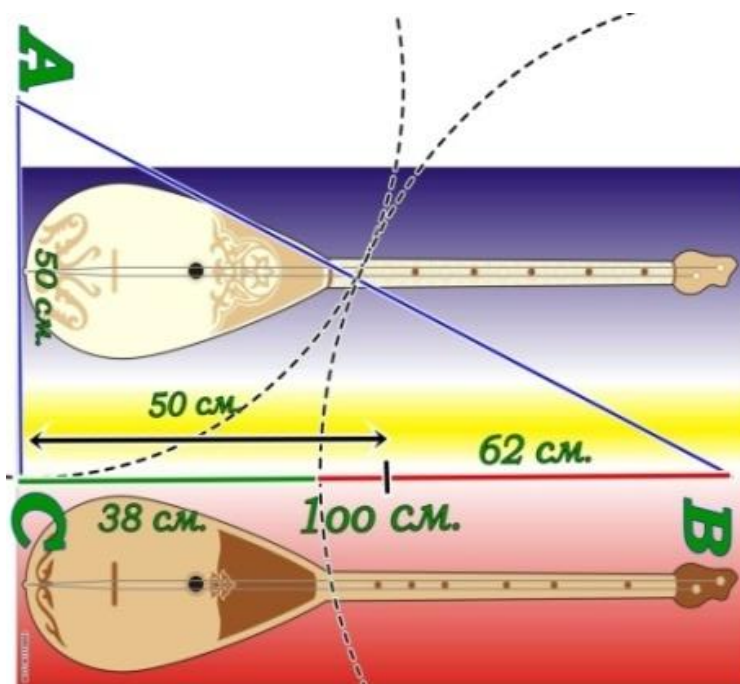
Қазақстан Республикасының астанасының ғажайыптарының бірі, Бейбітшілік пен Ұнтымақ Сарайы «Алтын Қатынас» әдісі арқылы құрылған.



Хейрулла қожаның мешіті



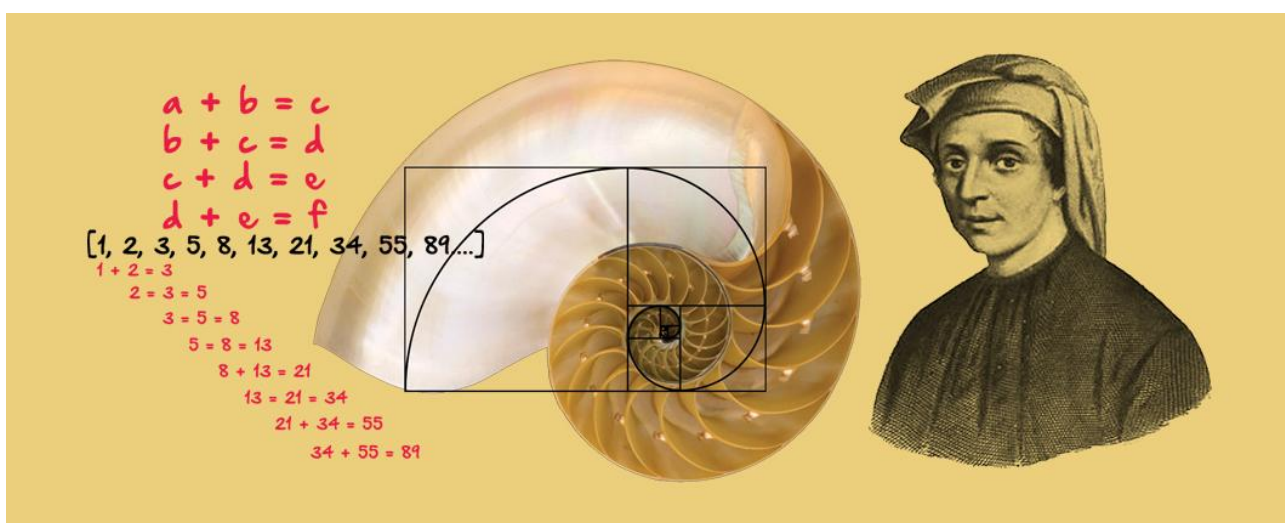
Қазақ халқының ұлттық аспабы - домбыра



Домбыра - ата-бабадан қалған мұра, ұлттық саз аспабы. Домбырада ойнай білу – кез-келген адамның арманы, әрбір баланың арманы. Қазақтың домбырасының үнін тыңдау - әлемдегі ең нәзік те ғажайып сезімге бөлену дегенді танытады. Осы аспаб жайлы негізге қозғала қалса, көңілде қазақи тәрбие, қазақтың салты мен дәстүрі тұрады. Домбыраның жасалуы “Алтын Қатынасқа” сәйкес келеді.

III тарау. Фибоначчидің іш пыстырмайтын түсініктері

Баршамызға математиканың барлық ғылымдардың ішіндегі ең басты ғылым екені белгілі. Алайда, көптеген адам бұнымен келіспеуі мүмкін, өйткені кейде математика - тек есептер мен мысалдар және сол сияқты адамды зеріктіретін нәрселердей көрінеді. Дегенмен, математика бізге таныс заттарды мүлдем бейтаныс жағынан оп-оңай көрсетіп бере алады. Оның үстіне - ол тіпті әлемнің құпияларын ашып бере алады. Қалайша дейсіз бе? Фибоначчи сандарына жүгініп көрейік.



Фибоначчи сандары дегеніміз не? Фибоначчи сандары деп келесісі алдындағы екі санның қосындысынан шығатын сандар тізбегі аталады, мысалы, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89... Әдетте бұндай тізбек $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, $n \geq 2$ формуласы арқылы жазылады.

Фибоначчи сандары теріс «n» мәнінен басталуы мүмкін, бірақ бұндай жағдайда тізбек екіжақты болады - ол екі бағытта да шексіздікке қарай ұмтылатын оң және теріс сандарды қамтиды. Бұндай сандар тізбегінің мысалы мынау бола алады: -34, -21, -13, -8, -5, -3, -2, -1, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ал оның формуласы мынандай болмақ: $F_n = F_{n+1} - F_{n+2}$ немесе $F_{-n} = (-1)^{n+1} F_n$.

Фибоначчи сандарын құрушы Орта ғасырлық Еуропаның алғашқы математиктерінің бірі Пизалық Леонардо еді. Оны көпшілік Фибоначчи

деген атынан таниды - бұл лақап атты ол қайтыс болған соң көп жыл өткенде барып алды.

Көзі тірісінде Пизалық Леонардо математикалық турнирлерді қатты жақсы көрді, осы себепті ол өз еңбектерінде («Liber abaci» /«Абак кітабы», 1202; «Practica geometriae»/«Геометрия практикасы», 1220, «Flos»/«Гүл», 1225 жыл - кубтық теңдеулер тақырыбына арналған зерттеу және «Liber quadratorum»/«Квадраттар кітабы», 1225 - белгісіз квадрат теңдеулер жайындағы есептер) түрлі-түрлі математикалық есептерді өте жиі талдап отырды.

Фибоначчидің өзінің өмірлік жолы туралы мағлұмат өте мардымсыз. Бірақ оның есептері келесі ғасырларда математиктер арасында өте танымал болғаны анық. Қазір сол есептердің бірін қарастырып көрмекпіз.

Фибоначчидің қояндар жөніндегі есебі

Есепті орындау үшін автор мына шарттарды қойды: еркек және ұрғашы болған жаңа туған екі көжек бар, өмірінің екінші айында дүниеге жаңа екі көжек әкеледі (еркек және ұрғашы). Солай көбие береді. Қояндар шектеулі кеңістікте жүреді және үнемі туып көбейіп отырады. Бірде бір қоян өліп қалмайды.

Есеп: бір жыл өткенде қояндар саны қанша болатынын анықтау.

Шешімі:

Бізде бары мынау:

- Бірінші айдың басында бір қояндар жұбы бар, олар айдың соңында шағылысады

- Екінші айда екі қояндар жұбы бар (бірінші жұп және бірінші жұптың тұқымы)

- Үшінші айда үш қояндар жұбы бар (бірінші жұп, бірінші жұптың ұрпағы және жаңа туған ұрпағы)

- Төртінші айда бес қояндар жұбы бар (бірінші жұп, бірінші жұптың бірінші және екінші ұрпағы, бірінші жұптың үшінші ұрпағы және екінші жұптың бірінші ұрпағы)

Бір айдағы қояндар саны «n» = өткен айдағы қояндар саны + жаңа қояндар жұптарының саны, басқаша айтқанда жоғарыда айтылған формула:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}.$$

Бұдан рекурренттік (рекурсия жайында төменіректе айтамыз) сандар тізбегі шығады. Бұл жердегі әр бір жаңа сан алдындағы екі санның қосындысына тең.

1 айда: $1 + 1 = 2$

2 айда: $2 + 1 = 3$

3 айда: $3 + 2 = 5$

4 айда: $5 + 3 = 8$

5 айда: $8 + 5 = 13$

6 айда: $13 + 8 = 21$

7 айда: $21 + 13 = 34$

8 айда: $34 + 21 = 55$

9 айда: $55 + 34 = 89$

10 айда: $89 + 55 = 144$

11 айда: $144 + 89 = 233$

12 айда: $233 + 144 = 377$

Және де бұл тізбек шексіз түрде ұзақ жалғасып кете беруі мүмкін, бірақ, мақсатымыз бір жыл өткен кездегі қояндар санын білу болғандықтан, 377 жұп шығып отыр.

Бұл тұста, егер бірінен кейін бірі келетін екі сандар жұбын салыстырып, үлкен санды кішісіне бөлсек, шығатын нәтижесі алтын қимаға қарай жылжып отыратыны Фибоначчи сандарының қасиеттерінің бірі болып табылатынын ескерте кету де маңызды. Алтын қима туралы да төменде айтып өтеміз.

Оған дейін сіздерге Фибоначчи сандары бойынша тағы екі есепті ұсынамыз:

- Одан 5-ті алып тастаса немесе оған 5-ті қосса, тағы да квадрат сан шығатыны ғана белгілі квадрат санды анықтау.

- 7-ге бөлінетін санды, алайда есеп шарты бойынша ол санды 2-ге, 3-ке, 4-ке, 5-ке және 6-ға бөлгенде қалдығы 1 болатын санды анықтау.

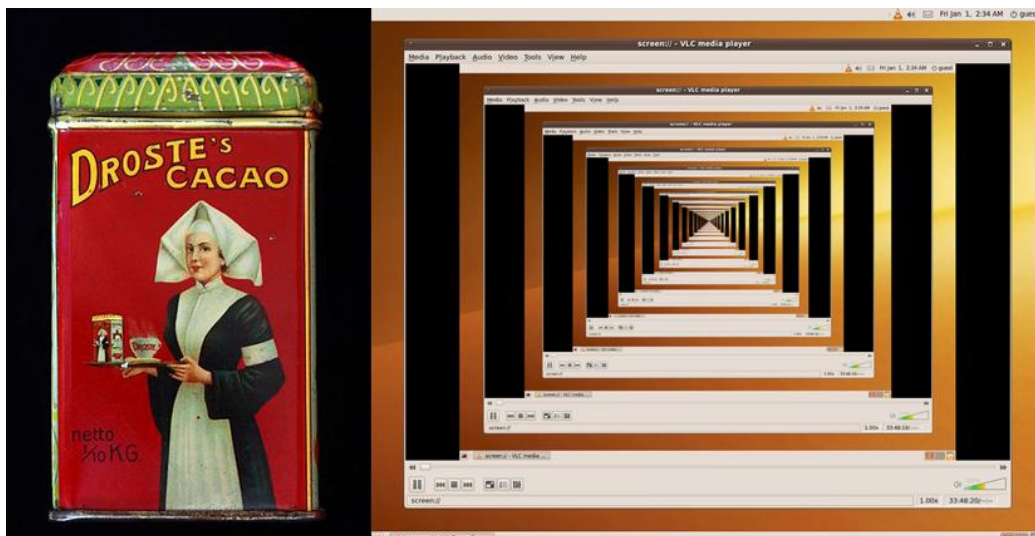
Бұндай есептер ақыл-ойды дамытудың керемет тәсілі ғана емес, сондай-ақ уақытты қызықты өткізудің де жақсы амалы. Бұндай есептердің қалай шығарылатыныны жөніндегі ақпаратты сіздер Интернеттен іздеп тауып алуларыңызға болады. Біз болсақ, оған көңіл аударып жатпастан, өз әңгімемізді жалғастырайық.

Рекурсия және алтын қима дегеніміз не нәрсе?

IV тарау. Фибоначчи сандары

Рекурсия қандай да бір нысанның немесе үдерістің сол нысанның немесе үдерістің өзі бар сипаттамасы, анықтамасы немесе бейнесі болып табылады. Басқаша айтқанда, нысанды немесе үдерісті өзінің бір бөлігі деп атауға болады.

Жалпы мағынасында рекурсия — элементтерін өзіне ұқсас түрде қайталайтын процестер.



Рекурсия математикалық ғылымда ғана емес, сонымен қатар информатикада, бұқаралық мәдениетте және өнерде барынша қолданылады. Фибоначчи сандарына қатысты айтсақ, егер « $n > 2$ » болса, онда « n » = $(n-1) + (n-2)$ болады.

Алтын қима

Алтын қима (алтын қатынас) жалпы шаманың үлкен бөлігіне қатынасатыны сияқты үлкеннің кішіге қатынасы қағидаты бойынша бүтіннің бөлшектерге бөлінуі болып табылады.

Ең алғаш рет алтын қима жайында дұрыс үшбұрышты құру туралы айтатын Евклидтің еңбектерінде жазылған («Бастама» трактаты, шамамен б.д. дейінгі 300 жыл). Алайда бізге үйреншікті болып кеткен ұғымды неміс математигі Мартин Ом енгізген болатын.

Шамалап алғанда алтын қиманы екі әрқилы бөліктерге пропорционалды түрде бөлу ретінде көзге елестетуге болады. Мысалы,

38% те 68%. Алтын қиманың сандық өрнегі шамамен 1,6180339887 тең болады.

Іс жүзінде алтын қима сәулет өнерінде, бейнелеу өнерінде (Леонардо да Винчидің еңбектерін қарап шығыңыз), кинода және басқа салаларда пайдаланылады. Ұзақ уақыт бойы, тіпті қазіргі кезде де, алтын қима эстетикалық пропорция болып саналып келді, дегенмен адамдардың көпшілігіне ол бейпропорционалды — сопайып созылған сияқты болып көрінеді.

Сіз, мына пропорцияларды басшылыққа ала отырып, өзіңіз алтын қиманы бағамдап көре аласыз:

— а кесіндісінің ұзындығы = 0,618

— b кесіндісінің ұзындығы = 0,382

— c кесіндісінің ұзындығы = 1

— c мен a арақатынасы = 1,618

— c мен b арақатынасы = 2,618

Енді алтын қиманы Фибоначчи сандарына қолданып көрейік: оның тізбегіндегі екі көршілес мүшесін алып, олардың үлкенін кішісіне бөлеміз. Шамамен 1,618 шығады. Ал егер де тізбектегі сол үлкен санды алып, өзінен кейін тұрған үлкен санға бөлсек, шамамен 0,618 шығады. Өзіңіз есептеп көріңіз: 21 және 34 сандарымен немесе басқа сандармен «ойнаңыз». Егер Фибоначчи тізбегінің алғашқы сандарымен осы тәжірибені жасап көрсеңіз, бұндай нәтиже шықпайды, өйтетін себебі, алтын қима тізбектің бас жағында «іске жарамай қалады». Айтпақшы Фибоначчидің барлық сандарын анықтап алу үшін бірінен кейін бірі тұратын үш санды білу жеткілікті.

Сөз соңында тағы біраз ақылға азық болар мәлімет берейік.

Алтын тіктөртбұрыш және Фибоначчидің шиыршығы

«Алтын тіктөртбұрыш» — бұл тағы бір алтын қима мен Фибоначчи сандарының арасындағы өзара байланыс, өйткені оның қабырғаларының арақатынасы 1-ге 1,618 болады (1,618 санын есіңізге түсіріңіз!).

Мынау соның мысалы: Фибоначчи тізбегіндегі екі санды, мысалы, 8 бен 13 сандарын, аламыз және ені 8 см, ал ұзындығы 13 см болатын тіктөртбұрышты сызамыз. Сосын негізгі тіктөртбұрышты кішіректеріне бөлеміз, бірақ олардың ұзындықтары мен ендері Фибоначчи сандарына сәйкес келуі тиіс — үлкен тіктөртбұрыштың бір қырының ұзындығы кіші тіктөртбұрыштың қырының екі ұзындығына теңесуі тиіс.

Осыдан кейін бізде бар барлық тіктөртбұрыштардың бұрыштарын біртіндеп бұрылатын сызықпен жалғаймыз да, логорифмдік шиыршықтың дара жағдайын — Фибоначчи шиыршығын аламыз. Оның негізгі қасиеттері шекараларының жоқтығы және пішінінің өзгеруі болып табылады. Бұндай шиыршықтар табиғатта жиі кездесіп тұрады: ең жарқын мысалдарына ұлулардың қабыршағы, жерсеріктен түсірілген суреттерде бейнеленген циклондар және тіпті бірқатар галактикалар жатады. Бірақ бәрінен қызығы — тірі организмдердің ДНҚ да осы ережеге бағынады, оның пошымы шиыршық тәрізді екенін ұмытпаған боларсыз?

Осы және басқа «кездейсоқ» сәйкестіктер қазіргі күндері де ғалымдардың ойын онға бөліп, 18 мың Ғаламдағының бәрі бір алгоритмге, нақтырақ айтсақ математикалық алгоритмге бағынып тұр деген ойға қалдырады. Ал бұл ғылым болса, өзінде әлі ұшан-теңіз құпиялар мен жұмбақтарды бүгіп жатыр.

Алтын қимамен лақап аты Фибоначчимен белгілі Пизадағы итальян математигі Леонардонаның атымен байланысты.

1202 жылы оларға «Liber abacci» атты кітап жазылған болатын, яғни «Книга об абаке». «Liber abacci» өз алдында көлемді еңбек ұсынады, сол уақыттағы барлық арифметикалық және алгебралық мәлімдеулерді дерлік ұстанатын және бірнеше жүз жылда математиканың Батыс Еуропада дамуына үлкен рөл атқаруда. Сонымен қатар, бұл кітаптың арқасында еуропалықтар үндістік («арабтық») сандармен танысты. Фибоначчи 1228 жылы өз есімімен аталған (Фибоначчи санадар) сандар

тізбегеін ойлаап тапқан. Бұл сандардың әрбір келесі саны өзінен бұрынғы екі санның қосындысына тең болған.

$$1, 1+1=2$$

$$2+1=3$$

$$3+2=5$$

$$5+3=8$$

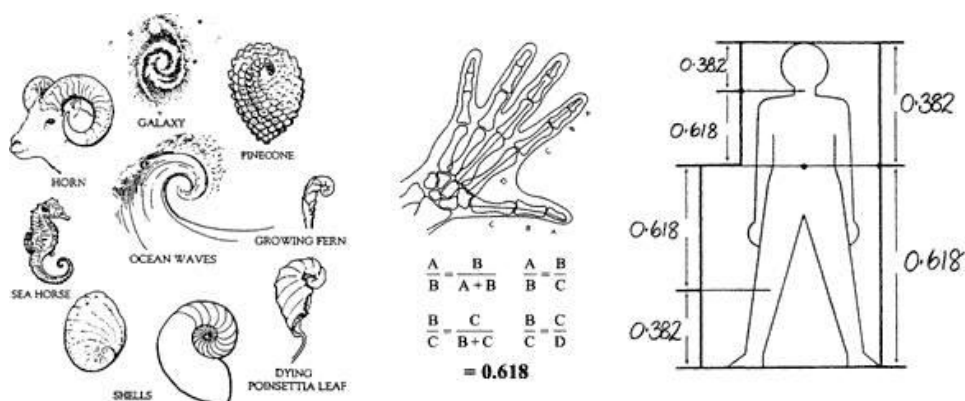
$$8+5=13$$

$$13+8=21 \dots$$

Осы сандар тізбегенің заңдылығын өзімізді қоршаған ортадан кездестіруге болады. Ағаштардың жапырағы ағаш бұтақтарындағы екі жапырықтың арасында спираль тәрізді оралып орналасады екен, жаңғақ ағашының

Ай	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Қояндар жұбы	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377

жапырағында $1/3$ айналыс жасап, емен ағашының жапырағында $-2/5$ айналыспен, алмұрт жапырағы – $3/8$ айналыспен, күнбағыстың дәндері спираль тәрізді айналып орналасады екен. Фибоначчидің әрбір үшінші саны жұп сан, әрбір төртінші саны үшке бөлінетін сан, әрбір 15 саны нөлмен аяқталады, көршілес екі сан өзара ждай сандар.



Мына бір тапсырманы қарастырайық:

«Бір жұптан бір жылда қанша қоян дүниеге келеді?

Бір кісі бір жұп қоянды барлық жағынан қоршалған жерге орналастырылған. Жылына қанша қоян туылытынын білу керек. Бір айдан соң қояндар жұбы басқа қояндарды дүниеге әкеледі. Туылған көжектер екі айдан соң қояндар өздері көжектер әкеледі.

Енді қояндар санынан келесі сандар ретін ұсынайық:

$$u_1, u_2 \dots u_n$$

Онда әрбір мүше алдыңғы екі қосындыға тең, яғни

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$$

Берілген реттілік асимптотикалық түрде үнемі қарым-қатынаста болады. Бірақ бұл қатынас ирроциональды, яғни шексіз сандар. Оны нақты жеткізу мүмкін емес.

Егер Фибоначчи жүйелілігінің мүшесін оның алдындағыға бөлсе (мысалы, 13:8), нәтижесі зор ирроционалды мағына 1.61803398875... және біреу арқылы басым түседі, бірақ оған жетпейді.

Аталық Аналық

Ұрпақ

1

2

3

4

5

6

Аралар саны

1

1

2

3

5

8

Фибоначчи сандары аралардың генеалогиялық тізбегінде көрінеді. Әрбір аталық ара тек бір ата-аналық жатын алады; ал аналық ара екі ата-анасын алады.

Жүйеліліктің асимптотикалық қылығы ирроционалды Φ саны түсініктірек болар еді, егер жүйеліліктің бірнеше алғашқы мүшелерін көрсетсе. Мына үлгідегі біріншіге екінші мүшенің, үшіншінің екінші мүшеге, төртіншінің үшіншіге қатынасы беріліп, тоғысып жатады.

1:1=1.0000 фиден төменірек 0.6180

2:1=2.0000 фиден жоғарырақ 0.3820

3:2=1.5000 фиден төменірек 0.1180

5:3=1.6667 фиден жоғарырақ 0.0486

8:5=1.6000 фиден төменірек 0.0180

Жылжу өлшемімен Фибоначчи жүйелігінде әрбір жаңа мүше келесіні үлкен және үлкен жақындауларымен Φ мүмкіндігіне бөледі.

Адам құдайшыл пропорцияны саналы түде іздейді, ол оның комфортты қажеттілігін өлшейді.

Фибоначчи жүйелілігінің мүшесін болу кезінде, кері 1.618 үлкендігі пайда болады. Бірақ бұл да ерекше және ғажап құбылыс. Бастапқы арақатынас – шексіз бөлшек, бұл қатынаста шек болмауы тиіс.

Әрбір санды келесіге бөлерде 0.382 санын аламыз.

$$1:0.382=2.618$$

Осындай тәсілмен арақатынастарды ала отырып, Фибоначчи коэффициентінің негізін аламыз: 4.235, 2.618, 1.618, 0.618, 0.382, 0.236.

Сонымен қатар 0.5 екенін ескереміз. Олар табиғатта және техникалық сараптамада ерекше роль ойнайды.

Алтын қима біз көргендей дұрыс бесбұрышпен байланыста пайда болады, сондықтан Фибоначчи сандары барлық жағынан роль ойнайды. Дұрыс бесбұрыштардың – бесбұрыштар мен дөңестерге қатысы бар.

Фибоначчи қатары математикалық казус болып қана қалар еді, егер де алтын қима зерттеушілері өсімдік, жануарлар әлемінде, өнерде қоспағанда, арифметикалық тұжырымға сай болуы керек. Ғалымдар Фибоначчи саны мен алтын қима теориясын белсенді түрде дамытты. Ю. Матиясевич Фибоначчи сандарын қолданып Гильберттің 10 мәселесін шешті. Бірнеше кибернетикалық тапсырмаларды Фибоначчи сандарын, алтын қиманы қолдана отырып бірнеше тәсілдермен шешті. АҚШ-та Фибоначчидің математикалық ассоциациясы құрылған, ол 1963 жылдан бері арнайы журнал шығарады.

Осы саладағы үлкен жетістіктердің бірі Фибоначчи сандары мен алтын қиманың талдау қорытындылары. Фибоначчи қатары (1,1,2,3,5,8) және «екілік» сандардың қатары 1,2,4,8,16... қатарының ашылуы. Бірақ олардың құрылыс алгоритмі бір-біріне өте ұқсас: бірінші жағдайда әрбір сан алдыңғы санның суммасы, яғни $2=1+1$; $4=2+2$..., екіншіде-бұл алдыңғы екі сан $2=1+1$, $3=2+1$, $5=3+2$... «Екілік» қатар, Фибоначчи қатары шығатын жалпы математикалық формуланы табуға бола ма?

Шынында, S сандық параметрін алайық, ол кез-келген: 0,1,2,3,4,5... $S+1$ олардың алғашқы сандар – олар жалғыз, ал олардың әрқайсысы алғашқы екі санның суммасына тең. Егер осы қатардың n санын, $S(n)$ арқылы белгілесек, онда $S(n) = S(n-1) + S(n-2)$ аламыз. Әрине, $S=0$ болса, осы формуладан «екілік» қатар аламыз, $S=1$ болса Фибоначчи қатары $S=2,3,4$ тең, сандардың жаңа қатары Фибоначчи сандары S атауына ие болады. Жалпы түрде алтын S пропорциясы теңдіктің түбірі S қимасы $x^{S+1} - x^{S-1} = 0$

$S=0$ болса кесінді бөлімі тең болады, ал $S=1$ болса, бізге таныс классикалық алтын қима болады. Фибоначчи сандарының S көршілестері математикалық абсолютті дәлдікпен алтын S пропорциясымен сәйкес келеді. Яғни, S қималары Фибоначчи сандары S инварианттары болып табылады.

Қорытынды

Мен жұмысымды қорытындылай жұмыста қойылған мақсатқа жеттім деп ойлаймын. Басты мақсат қатынастың өміріміздегі маңызының ерекшелігін анықтау.

Мен ұсынып отырған жұмысымда қатынастың өміріміздегі маңызына берілген есептерін шешуге дайындау технологияларының үлгілері келтірілген. Осы технологияларды толық меңгерген оқушы міндетті түрде кез келген есепті шеше алатын болады. Сонымен қатар, оқушылардың бұл бағыттағы дайындық деңгейін дамыта түсу мақсатында жаттығу жүргізуге арналып біраз әртүрлі өмірлік есептер ұсынылған. Мұндағы басты мақсатымыз оқушылардың бойындағы ойлану, іздену, талдаулар жүргізе білу қасиеттерін қалыптастыру және өз беттерінше шығармашылық тұрғыда жұмыс істеуге дағдыландыру.

Мен осы тақырыпты таңдаған себебім: інімнің математиканың өмірдегі пайдасы не, есеп шығара береміз, ал күнделікті тірлікте қолданамыз ба? – деген сұрауынан соң туындады. Мен осы тақырыпты зерттеу барысында бірнеше әдебиеттер мен ғаламтордан көп мағлұмат таптым. Математика оқулығымен бірге анықтамалықтардан қатынастың анықтамасын, формуласын меңгеріп алдым.

Адамның өмірінде қатынастың маңызы зор екендігіне көз жеткіздім. Дене құрылысының қатынасын зерттеп білу, ғажайып мүсіндер, керемет өнер шығармаларын жасау үшін және белгілі денеге дұрыс киімдер тігу мақсатында қатынас қажет. Медицина саласында көптеген дәрілердің жасалуы және дәрумендердің қосылуы қатынас арқылы жасалады. Тамақ жасауда да қатынастың қосатын үлесі үлкен. «Алтын қиманың» әр саладағы, яғни медицинада, сәулет өнерінде, музыкада, табиғатта, тіптен адам мүшелерінде кездесетіндігін сыныптастарыма және ініме айтқанда, олардың да көздерінен қызығушылықты көрдім. Сабақ барысында

мұғаліммен қоса есептер құрастыруды қолға алдым. Осы жобамның нәтижесі ретінде бірнеше есептер ұсындым.

Мені таң қалдырғаны Астанадағы сәулет өнері, оның ішінде Бейбітшілік пен Ынтымақ Сарайы және Триумфал қақпасы «Алтын Қатынас» әдісі арқылы құрылған. Ал қазақтың атын асқақтатып жүрген ұлттық аспабымыз домбыраның осы қатынасның қасиеті бойынша жасалған. Демек, математиканың, оның ішінде қатынасның адам өміріндегі маңызы туралы көп деректер келтіруге болады және «ғылымдар патшасы» қай салада болса да өзінің орнын биіктен көрсете бермек деген ойдамын. Сондықтан да осы тақырыпты тереңдете түспекпін.

Жұмысымды қорытындылай келе, қандай да болмасын оқушы үшін қиындық тудырған кезде есептің нәтижесін көргенде, оның өзгеше бір сезімге бөленіп, бір марқайып қалуына ұмтылу қажеттілігін туғызуға мүмкіндік жасауға пән мұғалімі жұмысының өз нәтижесі болатындығын атап өткім келеді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Балаян Э.Н. – «555 олимпиадных и занимательных задач по математике».
2. Петраков И.С. – «Математика для любознательных».
3. Республикалық ғылыми – әдістемелік журнал «Математика» №2 (2010).
4. Республикалық ғылыми – әдістемелік журнал «Математика» №2 (2012).
5. Рахымбердиев А. – «Оқушылардың математикаға қызықтыру». – Математика және физика журналы. - №2. – 2009.
6. Ким Е. – «Нестандартные уроки математики». 5-6 классы. Поурочные планы. Волгоград «Аст». 2005.
7. Бидосов Ә. Орта мектепте математиканы оқыту методикасы. – (1-басылым). - Алматы, «Мектеп» 1989.
8. Әбілқасымова А. Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі. – Алматы, «Білім», 2005.
9. Худайбергенова Н. Т. «Крест» таңдау әдісін теңдеулер мен теңсіздіктер шешуде қолдану.// «Математика» журналы №2, 2012, 38-39б.
10. Мустафаев А.П. Теңдеулер әліппесі, Қазақ университеті. Алматы. 2004.
11. Қаңлыбаев Қ. Теңсіздікке байланысты сан тізбектері.// «Математика» журналы №4, 2012, 14-18б.
12. Кәрібаева С. «Модуль таңбасы бар теңсіздіктерді шешу» тақырыбын оқыту әдістемесі.// «Математика-Физика» журналы №1, 2007, 16-18б.
13. Шөкімов С., Нәби Д. Көрсеткіштік және логарифмдік күрделі теңдеулер мен теңдеулер жүйесін шешу.// «Математика-Физика» журналы №1, 2012, 5-6б.

14. Ермаханова Г. Кейбір теңсіздіктерді теңдеулерді шешуге қолдану.// «Математика» журналы №1, 2011, 32-34б.
15. Мамырбеков Т. Модуль таңбасы бар теңдеулердің кейбір дербес жағдайларын шешу тәсілдері.// «Математика-Физика» журналы №4, 2012, 16-17б.